

Виконано аналіз роботи електроприводу постійного струму з пропорційно-інтегральним регулятором за допомогою пакету Matlab. Показано ефективність методу кореневого годографа для вивчення властивостей системи керування електроприводу та її корекції.

УДК 62-50 (075.80)

К.О. Сорока, канд.техн.наук
Харківська національна академія
міського господарства

ДОСЛІДЖЕННЯ ПІ РЕГУЛЯТОРА ЕЛЕКТРОПРИВОДУ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ МЕТОДОМ КОРЕНЕВОГО ГОДОГРАФУ

Автоматизований електропривод постійного струму є досить поширеним і використовується у різноманітних машинах, механізмах, для керування технологічними процесами тощо. Вимоги до системи керування електроприводу досить жорсткі: стійкість керування, точність, якість роботи в перехідних режимах. Для забезпечення цих вимог розроблено ряд методів проектування і корекції роботи електроприводу [1-3]. У даній роботі виконано аналіз електроприводу постійного струму методом кореневого годографа.

У статті розглянуто одну з поширених схем електроприводу зі зворотним зв'язком [3], до складу якого входять: двигун постійного струму з незалежним збудженням, генератор постійного струму, підсилювач (напівпровідниковий чи електромагнітний), тахогенератор подільник напруги.

Динаміка роботи двигуна, описується рівняннями динаміки електричної та механічної складових:

$$\begin{cases} U_d(t) = C\omega(t) + i_d(t)R_d + L_d \frac{di_d(t)}{dt} \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = Ci_d(t) - M_f(t) \end{cases} \quad (1)$$

Перше з рівнянь – це рівняння електричного кола ротора, а друге – рівняння механіки обертового руху ротора. Параметри двигуна такі: R_d – опір обмотки ротора; L_d – індуктивність ротора; J – момент інерції ротора; C – постійна двигуна. ω - швидкість обертання ротора в радіанах за секунду.

Рівняння динаміки двигуна після алгебраїчних перетворень таке:

$$\frac{L_d J}{C^2} \frac{d^2}{dt^2} \omega(t) + \frac{R_d J}{C^2} \frac{d}{dt} \omega(t) + \omega(t) = \frac{1}{C} U_d(t) - \frac{L_d}{C^2} \frac{d}{dt} M_f(t) - \frac{R_d}{C^2} M_f(t) \quad (2)$$

Лінеаризоване рівняння динаміки генератора:

$$U_{o3}(t) = \frac{L_{o3}}{\beta} \frac{dU_g(t)}{dt} + \frac{R_{o3}}{\beta} U_g(t) - R_{o3} U_0 \quad (3)$$

тут $U_{oz}(t)$ – напруга обмотки збудження генератора, R_{oz} – активний опір, L_{oz} – індуктивність обмотки збудження, β , U_0 – коефіцієнт лінеаризованої характеристики генератора, які відповідають вибраній робочій точці.

Тахогенератор має коефіцієнт перетворення – $K_{ТГ}$ і коефіцієнт підсилення підсилювача – $K_{ПП}$.

Однією з основних вимог електроприводу, що розглядається, є забезпечення постійної точності регулювання швидкості двигуна. Кутова швидкість ω при різних значеннях статичного навантаження повинна забезпечуватися з точністю не менше 1%. Для забезпечення потрібної точності керування, при різних значеннях статичного навантаження, у систему керування включають інтегруючу ланку, наприклад серводвигун з подільником напруги на багатооборотному резисторі, перетворюючи статичну систему керування в астатичну [1]. Приєднавши пропорційну ланку паралельно інтегруючій отримують пропорційно-інтегруючий (ПІ) регулятор. Структурна схема регулятора приведена на рис.1.

Для дослідження роботи електроприводу використано систему наукових та технічних обчислень Matlab і пакет прикладних програм імітаційного моделювання Simulink [4-5]. У системі Matlab / Simulink розраховані параметри електроприводу і побудована імітаційна модель, зображена на рис. 1.

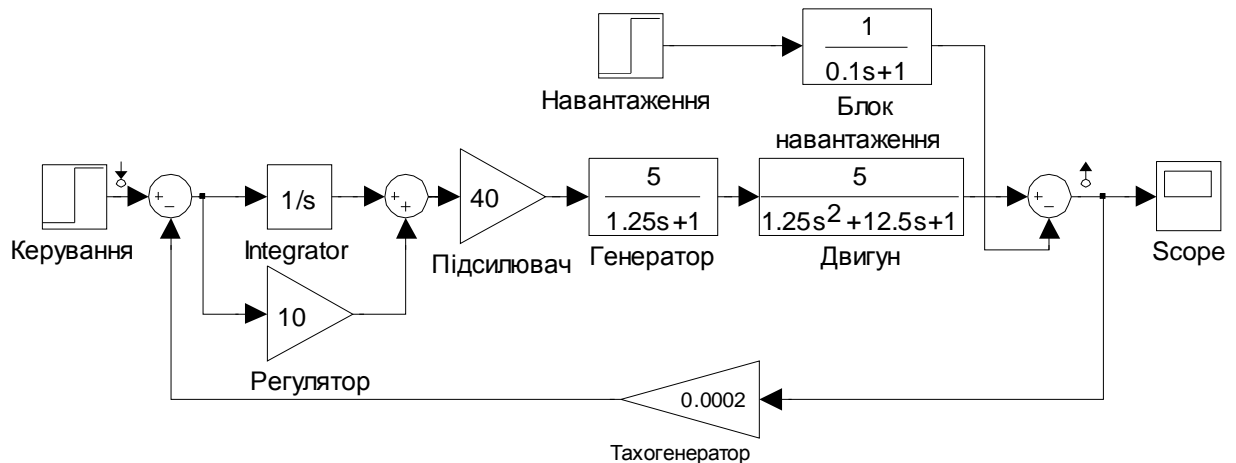


Рис. 1 – Імітаційна модель електроприводу постійного струму з ПІ регулятором

Коефіцієнти динамічних ланок моделі розраховані на основі таких характеристик електроприводу: $L_{oz} = 25$ Гн; $R_{oz} = 20$ Ом; $\beta = 100$; $L_{я} = 0,02$ Гн; $R_{я} = 0,2$ Ом; $J = 2,5$ Кгм²; $K_{ТГ} = 0,0002$ В/рад*с; $K_{ПП} = 40$ С = 0,2. $K_p = 5$.

Розрахована згідно структурної схеми передаточна функція (ПФ) електроприводу за величиною сигналу керування дорівнює:

$$W_{ккe}(p) = \frac{6400p + 640}{p^4 + 10,8p^3 + 8p^2 + 1,92p + 1,28} \quad (4)$$

Після розрахунку коренів знаменника та чисельника виразу (4) ПФ можна представити у формі полюси–нулі:

$$W_{ккe}(p) = \frac{p - 0,10}{(p + 9,933)(p + 0,569)(p + 0,1488 + 0,0224i)(p + 0,149 - 0,0224i)} \quad (5)$$

Ця форма представлення ПФ є однією з трьох найбільш вживаних форм і використовується для аналізу роботи системи керування за діаграмою розміщення полюсів та нулів.

Роботу електроприводу досліджували шляхом моделювання, методом числового інтегрування рівняння динаміки системи за допомогою пакету Simulink. На рис. 3 представлені результати моделювання динаміки електроприводу під час пуску і при зміні навантаження. Через 100 с після пуску змінювали момент навантаження на валу двигуна від 0 до 300 Н*м.

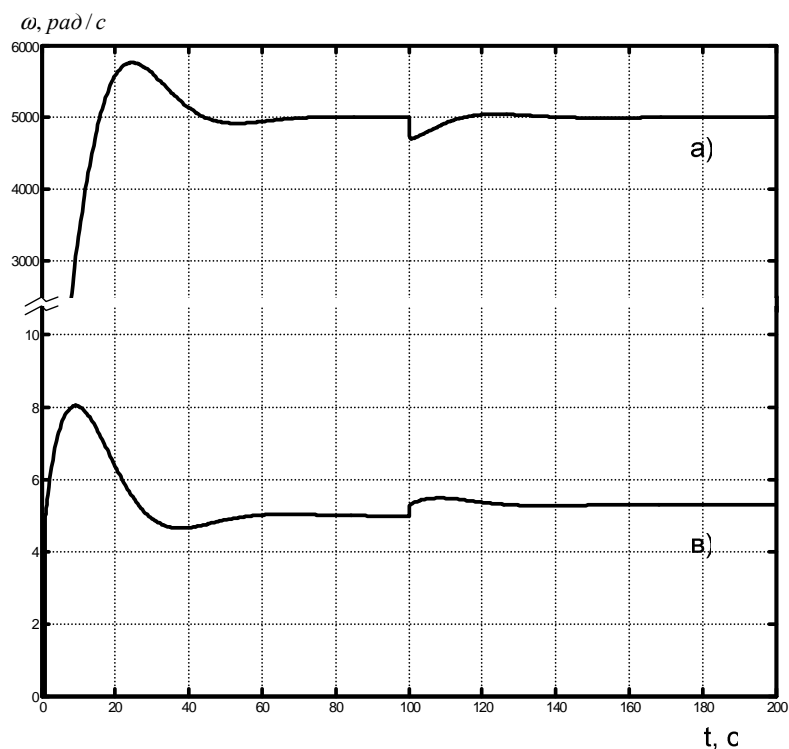


Рис. 2 – Моделювання роботи електроприводу в період пуску та при зміні навантаження: а) швидкість двигуна, б) похибка регулювання, рад/с.

Після пуску електроприводу швидкість двигуна наростає і приблизно через 50 с настає усталений режим роботи зі швидкістю обертання валу двигуна 5000 рад/с, яка відповідає технічним вимогам. Після зміни навантаження оберти зменшуються і через 20 с повертаються до усталеної величини 5000 рад/с. Похибка регулювання, як видно з рис. 2, не перевищує 8 рад/с, тобто 0,2% усталеної величини під час усього процесу регулювання.

Результати моделювання показують, що точність регулювання електроприводу задовольняє технічним вимогам. Проте перехідний процес незадовільний, оскільки його тривалість досить велика. Є необхідність виконати корекцію електроприводу.

Для корекції регулятора і вибору найкращих параметрів моделювали роботу електроприводу при різних значеннях коефіцієнта підсилення пропорційної ланки. Результати моделювання показані на рис. 3.

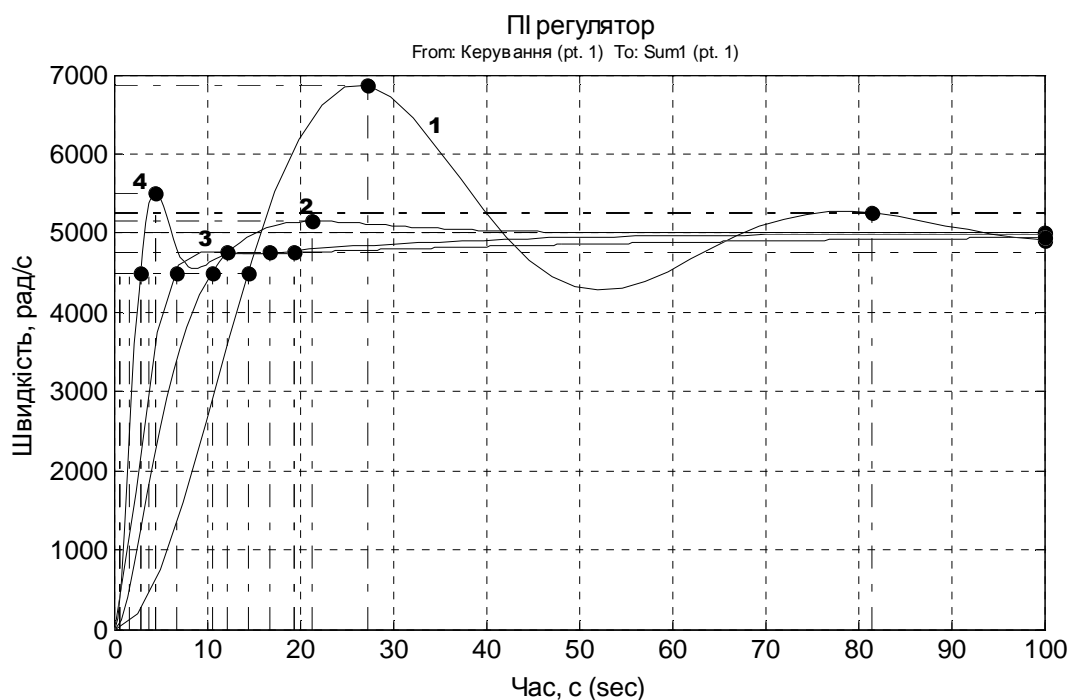


Рис. 3 – Результати моделювання роботи електроприводу з різними значеннями коефіцієнта підсилення пропорційної ланки ПІ регулятора:
1) $K=1$; 2) $K=10$; 3) $K=20$; 4) $K=50$.

За результатами моделювання визначали такі параметри перехідного процесу: усталене значення швидкості, час перехідного процесу при допустимій величині відхилення 2%, пікове значення швидкості, величину перерегулювання в процентах, швидкодію регулятора, а саме: вихід на рівень 0,9 усталеного значення. Результати розрахунків представлені у таблиці.

Таблиця 1 – Параметри перехідного процесу електроприводу з ПІ регулятором

№	Коефіцієнт підсилення регулятора K_p	Усталене значення швидкості $\omega_{уст}$ рад/с	Час перехідного процесу $T_{2\%}$, с	Пікове значення швидкості, ω_{max} , рад/с перерегулювання, %	Швидкодія Час наростання до 0,9 $\omega_{уст}$ $T_{0,9\%}$, с
1	1	5000	106	66870 / 37%	10,6
2	10	5000	29,2	5150 / 2,9%	9,0
3	20	5000	36,9	- / 0	6,7
4	50	4986	68,4	5510 / 10%	2,14

Аналіз одержаних результатів показує, що збільшення коефіцієнта підсилення пропорційної ланки регулятора якісно змінює характер перехідного процесу і його показники.

- Характер перехідного процесу змінюється з коливального до аперіодичного, монотонного і далі знову до коливального.
- Величина перерегулювання спочатку зменшується а потім наростає.
- Час регулювання при допустимому відхиленні 2% також спочатку зменшується і при подальшому збільшенні коефіцієнта підсилення – зростає.

- Швидкодія монотонно збільшується, час регулювання при 10% відхиленні відповідно спадає.

Перехідний процес при коефіцієнті підсилення пропорційної ланки регулятора рівному $K=1$ коливальний і кількість коливань рівна $N=2$. При коефіцієнті підсилення $K=10$ коливальний характер перехідного процесу переходить в аперіодичний. При $K=20$ характер перехідного процесу монотонний, а при збільшенні коефіцієнту підсилення до 50 він знову стає коливальним.

Пікове значення швидкості при збільшенні коефіцієнта підсилення від 1 до 10 зменшується від 66870 рад/с до 5150, що відповідає зменшенню величини перерегулювання від 37% до 2,9%. При коефіцієнті підсилення $K=20$ перерегулювання відсутнє, а при подальшому збільшенні до $K=50$ перерегулювання знову зростає і дорівнює 10%.

Час регулювання, який визначається 2% відхиленням від усталеної величини, також спочатку зменшується а потім знову збільшується.

Швидкодія системи монотонно зростає. Час наростання до 0,9 усталеної величини швидкості спадає від 10,6 с до 2,14 с.

Виконаний аналіз показує, що збільшення коефіцієнту підсилення ланки регулятора сприяє зміні якості перехідного процесу. При значеннях коефіцієнта підсилення рівних $K=10$, $K=20$ якість перехідного процесу покращується, а при інших (більших чи менших) – погіршується.

Точність регулювання системи досить висока. Похибка регулювання за керуючою величиною у статичному режимі роботи не перевищує 0,2%. Аналогічні значення точності отримано для керування за навантаженням.

Характер графіків і числові дані рис. 4 показують, схема регулювання яка розглядається, має значення, при яких кожен з параметрів перехідного процесу оптимальний. Щоб вибрати оптимальну сукупність параметрів потрібно виконати більш детальний аналіз. Для цього розраховували значення полюсів і нулів передаточної функції.

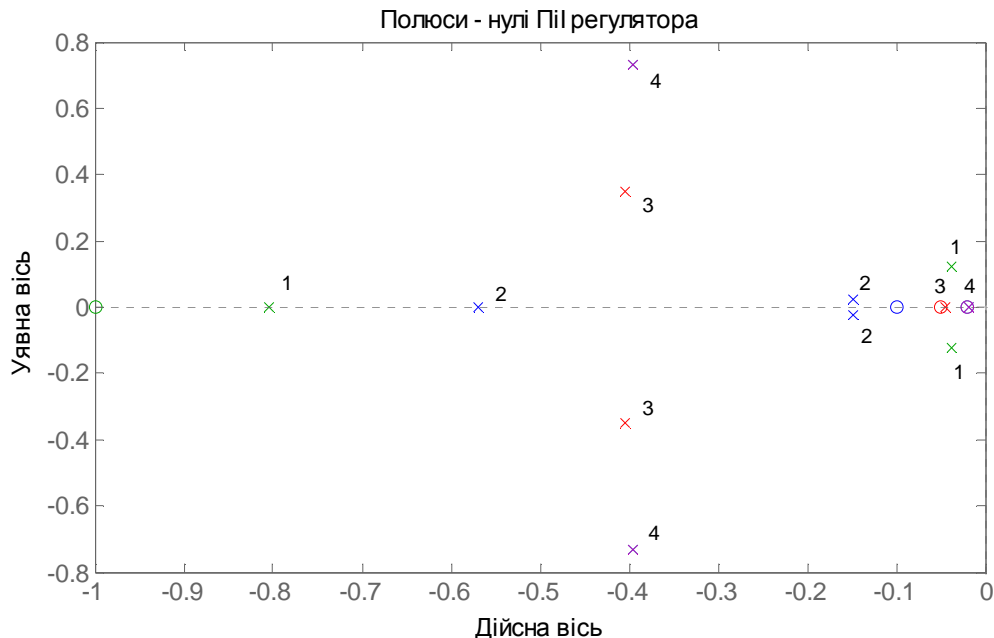


Рис. 4 – Діаграма розміщення полюсів і нулів ПФ електроприводу з такими значеннями коефіцієнта підсилення пропорційної ланки: 1) $K=1$; 2) $K=10$; 3) $K=20$; 4) $K=50$ (найбільш віддалений корінь не показано).

Параметри системи керування повністю визначаються розміщенням полюсів і нулів передаточної функції в комплексній площині. Полюси – це корені знаменника

ПФ, нулі – корені чисельника. Формула (5) є формою представлення передаточної функції за значеннями полюсів і нулів ПФ. Діаграма розміщення коренів регуляторів з різним значенням коефіцієнта підсилення пропорційної ланки показана на рис. 4.

ПФ електроприводу з ПІ регулятором (5) має 4-й порядок і, відповідно, має 4 полюси і один нуль. Характер перехідного процесу визначають полюси, які розміщені найближче до уявної осі. Один з дійсних полюсів з координатою -10 розміщений відносно далеко від уявної осі і на характер перехідного процесу практично не впливає. Розміщення трьох інших полюсів показано на рис. 4. З діаграми видно, що з трьох полюсів один дійсний, а два інші комплексні. У разі зміни коефіцієнта підсилення розміщення коренів суттєво змінюється. Зміну положення полюсів можна якісно описати таким чином.

- Для регулятора зі значеннями коефіцієнта підсилення: $K=1$ і $K=10$ дійсний корінь розміщується зліва, комплексні справа. Координати дійсного кореня: -0,805, -0,569, комплексних коренів: $-0,0373 \pm 0,121i$, $-0,149 \pm 0,0224$ відповідно. Координата нуля: -1 та 0,1.

- Для регулятора зі значеннями коефіцієнта підсилення: $K=20$ і $K=50$ дійсний корінь розміщується справа, а комплексні зліва. Координати комплексних коренів: $-0,404 \pm 0,348i$, $-0,396 \pm 0,729i$ дійсного кореня: -0,0453 і -0,0186. Координата нуля: -0,051 та -0,0186.

Характер розміщення коренів ПФ дозволяє розрахувати параметри перехідного процесу, зрозуміти перехідну характеристику системи (див. рис. 4) і зміну її залежно від величини коефіцієнта підсилення.

- При коефіцієнті підсилення $K=1$, $K=10$ комплексні корені ПФ розміщуються близько до уявної осі. Вони визначають час затухання перехідного процесу та його величину перерегулювання. Розраховані значення такі: коефіцієнт затухання 0,295 і 0,2; величина перерегулювання 37,9% та 2,9% час затухання 107с і 27,6

Час затухання визначається згідно формули:

$$T_3 = 4\mu = 4/\alpha \quad (6)$$

Тут α – дійсна складова координати полюса.

- При значеннях коефіцієнту підсилення $K=20$ та $K=50$ комплексні корені більш віддалені від уявної осі ніж дійсний. Проте поряд з дійсним коренем розміщується нуль ПФ. Нуль ПФ, як відомо нейтралізує вплив кореня на характер перехідного процесу. Тому параметри перехідного процесу і у цьому випадку потрібно визначати за розміщенням комплексних коренів. Розраховані значення такі: коефіцієнт затухання 0,758 і 0,477; величина перерегулювання 0,6% та 10,2% час затухання 9,9 с і 10,1 с.

Одержані значення співпадають з величинами визначеними за характером перехідного процесу. На основі цих даних можна підібрати значення параметрів системи керування і забезпечити вимоги щодо якості перехідного процесу.

Складний характер розміщення коренів потребує більш детального вивчення. У теорії керування для корекції системи і вибору оптимальних значень параметрів системи прийнято використовувати метод кореневого годографа [6-7]. Цей метод полягає у тому, що будується кореневий годограф для досліджуваного параметра системи і шляхом аналізу годографа вибирається оптимальне значення параметру. Кореневий годограф – це графік зміни координат полюсів ПФ при зміні будь-якого параметру системи, у нашому випадку – коефіцієнта підсилення пропорційної ланки регулятора.

Під час досліджень побудовано кореневий годограф регулятора для коефіцієнта підсилення пропорційної ланки. Кореневий годограф у діапазоні значень коефіцієнта підсилення від 0,2 до 100 представлений на рис. 5.

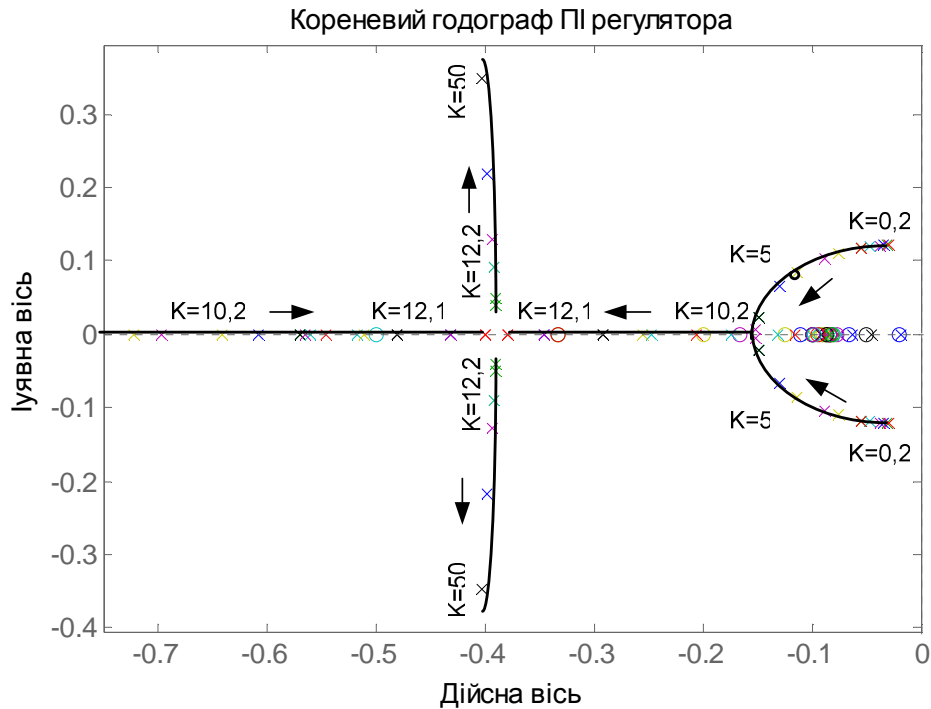


Рис. 5 – Кореневий годограф ПІ регулятора при зміні значень коефіцієнта підсилення пропорційної ланки.

Представлений кореневий годограф має складний характер. Він має центральну вісь, яка співпадає з від'ємною частиною дійсної осі комплексної площини і чотири відгалуження.

- При значеннях коефіцієнта підсилення в діапазоні від 10,2 до 12,1 ПФ має чотири дійсні полюси, причому нуль системи розміщений біля кореня самого ближчого до уявної осі.
- При значеннях коефіцієнта підсилення більших від 12,2, а також значеннях менших від 10,2 ПФ має два комплексні полюси і два дійсні. Один дійсний корінь, як відмічалось має постійну координату -10, а інший розміщується справа від комплексних коренів, причому нуль ПФ розміщується поряд з цим коренем.

У разі зміни коефіцієнта підсилення корені ПФ переміщуються таким чином:

- При зміні коефіцієнта підсилення від значень 0,2 до 10,2 комплексні полюси віддаляються від уявної осі і наближуються до дійсної, а дійсний корінь наближається до уявної осі, залишаючись більш віддаленим ніж комплексні.
- При зміні коефіцієнта підсилення від значень 10,2 до 12,1 два дійсних корені наближаються до точки з координатою -0,38 один зліва другий справа. А третій корінь приближається зліва до точки з координатою -1,5, причому нуль ПФ розміщується поряд з цим коренем.
- При збільшенні коефіцієнта підсилення від значень 12,2 до більших значень значення дійсної складової комплексні коренів майже не змінюється. А уявна складова збільшується. Дійсний корінь наближається до уявної осі, але поряд з ним знаходиться нуль ПФ.

Аналіз кореневого годографа дозволяє зрозуміти характер зміни перехідного процесу системи керування під час зміни коефіцієнту підсилення і вибрати оптимальне значення коефіцієнта підсилення. Для значень коефіцієнта підсилення в діапазоні (10,2 – 12,1) характер перехідного визначається дійсними коренями. При виборі коефіцієнта

підсилення у цьому діапазоні визначальним буде дійсний корінь координата якого змінюється в діапазоні від $-0,15$ до $-0,37$ корінь. Перехідний процес системи буде монотонним і час його визначається значенням, розрахованими за формулою (4).

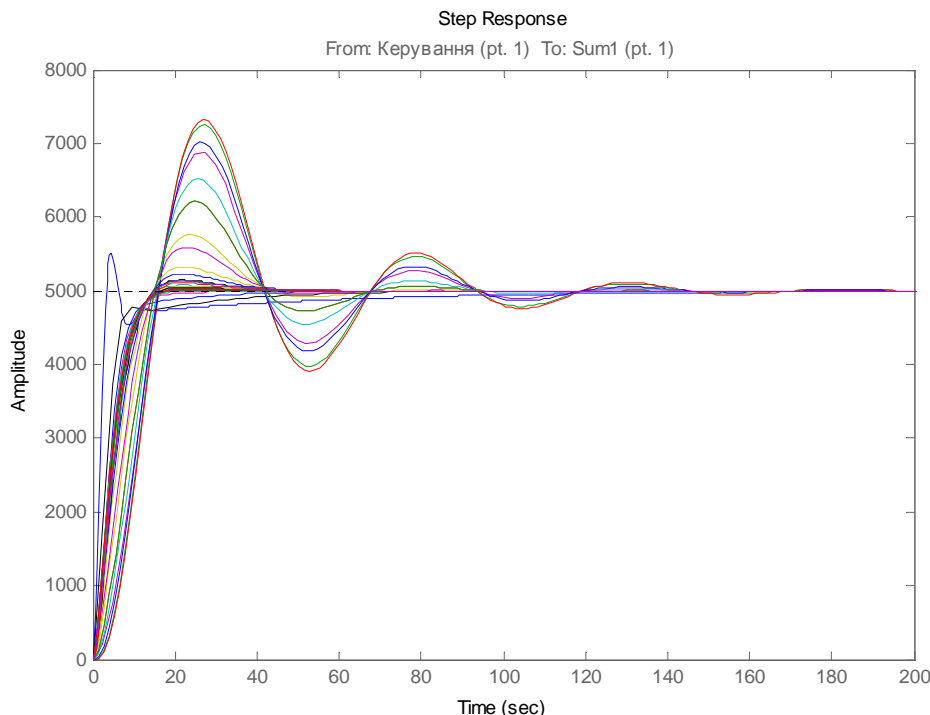


Рис. 6 – Характер перехідного процесу електроприводу при зміні коефіцієнта підсилення ПІ регулятора в діапазоні від $K=0,2$ до $K=50$.

Висновки. 1. Ближня до уявної осі вітка годографа відповідає значенням коефіцієнта підсилення меншим ніж $10,2$ ($K < 10,2$). При цих значеннях коефіцієнта підсилення час затухання досить великий, ступінь коливальності збільшується зі зменшенням коефіцієнту підсилення. Тому використовувати регулятори з такими значеннями коефіцієнтом підсилення недоцільно.

2. Значенням коефіцієнта підсилення більших від $12,2$ ($K > 12,2$), відповідає дальня вітка кореневого годографа. По мірі збільшення коефіцієнта підсилення полюси ПФ віддаляються від дійсної осі, Тому при цих значеннях коефіцієнта підсилення характер перехідного процесу стає коливальним, що є небажаним. Але в той же час збільшується швидкодія системи.

3. Цим же значенням коефіцієнта підсилення ($K > 12,2$) відповідає полюс, який розміщений на дійсній осі поблизу від уявної. Цей полюс розміщується поряд з нулем ПФ. При збільшенні коефіцієнта підсилення полюс віддаляється від нуля ПФ і роль його зростає. Цей корінь обумовлює аперіодичну складову перехідного процесу з досить великим часом затухання. Тому збільшення коефіцієнта підсилення, принаймні більше $K=20$ є небажаним.

4. Досить вузькому діапазону значень коефіцієнта підсилення від $10,2$ до $12,1$ ($10,2 < K < 12,1$) відповідає центральна частина годографа з чотирьома дійсними коренями. Перехідний процес при цих значеннях коефіцієнта підсилення є монотонний, перерегулювання відсутнє, час регулювання є досить низьким. Вибір значення коефіцієнта підсилення регулятора у цьому діапазоні є найбільш доцільним, при умові, що технічними вимогами не поставлене завдання максимального збільшення швидкодії системи.

5. Для ілюстрації характеру зміни перехідного процесу на рис. 6 приведені перехідні характеристики регуляторів з різними значеннями коефіцієнту підсилення. Перехідні процеси, які відповідають значенням коренів від $K=0,2$ до $K=6$ мають коливальний характер, перехідні процеси при $K=10,2 - 12,1$ – аперіодичні, а при коефіцієнті підсилення більше $K=30$ – теж коливальні з аперіодичною складовою, яка спадає досить повільно. Значення швидкодії при таких коефіцієнтах підсилення менше 3 с, а часу регулювання при 2% точності 50 с і більше.

6. Результати дослідження показують, що використання методу кореневого годографа дозволяє проаналізувати характер роботи електроприводу в широкому діапазоні зміни параметрів регулятора. За допомогою кореневого годографа можна визначити характер зміни властивостей електроприводу, вибрати оптимальні значення параметрів, які відповідають технічним вимогам. Кореневий годограф дозволяє виявити ті властивості системи керування електроприводу, які іншим шляхом виявити досить важко, а подекуди неможливо.

Література

1. Фельдбаум А.А., Бутковский А.Г. Методы теории автоматического управления. – М.: Наука, 1971, – 744 с.
2. Власов К.П. Теория автоматического управления. Учебное пособие. – Х.: Изд-во Гуманитарный центра. 2007, - 526 с.
3. Сорока К.О. Теорія автоматичного керування. Навчальний посібник. – Х.: ХНАМГ, 2006 – 187 с.
4. Черных И.В. Simulink: среда создания инженерных приложений. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003, - 496 С
5. Дьяконов А.П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5 в математике и моделировании. Полное руководство пользователя. М.: СОЛОН – Пресс. – 2003. – 576 с.
6. Соколов Ф.Ю., Соколов Ю.Н., Илюшко В.М. и др. Проектирование систем управления на ЭВМ (Matlab / Simulink / Control Sistem), – Х.: «ХАИ», 2005, - 590 с.
7. Соколов Ю.Н. Компьютерный анализ и проектирование систем управления. Ч.1. Непрерывные системы – Учебное пособие. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2005 – 260

ИССЛЕДОВАНИЕ ПИ РЕГУЛЯТОРА ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ КОРНЕВОГО ГОДОГРАФА

К.А. Сорока

Выполнен анализ работы электропривода постоянного тока с пропорционально интегральным регулятором средствами пакета Matlab. Показана эффективность метода корневого годографа для изучения свойств системы управления электропривода и ее коррекции.

RESEARCH PI OF REGULATOR OF ELEKTROPRIVODU OF DIRECT CURRENT BY METHOD ROOT

K.A. Soroka

The analysis of work of electric occasion of direct current is executed with a proportionally integral regulator by the package of Matlab. Efficiency of method a root is shown to for the study of properties of the system of management and its correction.